Ich kann mit die verschiedenen Modelle strukturell vergleichen und die Angemessenheit bewerten.

A, B, D **1** Die Zwillingsbrüder Bernhard und Lukas beschließen, jeden Tag einen bestimmten Geldbetrag in ihre Spardosen zu legen. Nach 28 Tagen wollen sie vergleichen, wer mehr Geld angespart hat. Bernhard hat zu Beginn (t = 0) 10€ in seiner Spardose und legt jeden Tag 3€ dazu. Lukas startet mit einer 1ct-Münze und hat vor, jeden Tag einen doppelt so großen Betrag wie am Tag zuvor in die Dose zu legen (das heißt, am 1.Tag legt er 2ct hinein, am 2. Tag 4ct, am 3. Tag 8ct usw.).

a. Der von Bernhard am Tag t angesparte Geldbetrag B(t) kann mit einer Funktion beschrieben werden. Argumentiere, dass hier lineares Wachstum vorliegt, und ermittle die Wachstumsfunktion.

b. Der Betrag L(t), den Lukas am Tag t in die Spardose legen müsste, kann ebenfalls mit einer Funktion beschrieben werden. Argumentiere, dass es hier ein exponentielles Wachstum vorliegt, und ermittle die Funktion für L.

c. Argumentiere, welches der beiden Sparmodelle für den angegebenen Zeitraum das realistischere ist, und berechne, welchen Betrag der entsprechende Zwillingsbruder nach 28 Tagen angespart hat.

A, D **2** Ein Mobilfunkanbieter hat derzeit etwa 240000 Kundinnen und Kunden. Eine Analyse hat ergeben, dass das Unternehmen in den vergangenen Jahren seinen Kundenstamm um etwa 7% pro Jahr vergrößert hat.

a. Argumentiere, unter welchen Voraussetzungen die Anzahl der Kundinnen und Kunden des Unternehmens exponentiell wächst.

b. Begründe, warum die Anzahl der Kundinnen und Kunden auf lange Sicht nicht exponentiell wachsen kann, und gib an, welches dir bekannte Wachstumsmodell in diesem Fall besser geeignet wäre.

C **3** Entscheide und kreuze an, welche der Antworten **A** bis **E** korrekt ist.

☐ **A** Logistisches Wachstum verläuft zu Beginn annähernd logarithmisch.

☐ **B** Beschränktes Wachstum verläuft zu Beginn annähernd linear.

☐ **C** Gebremstes Wachstum verläuft anfangs annähernd exponentiell.

☐ **D** Lineares Wachstum wird von einer Kapazitätsgrenze beschränkt.

☐ **E** Exponentielles Wachstum verläuft anfangs annähernd linear.

A, D **4** Für die nächste Englisch-Schularbeit müssen 60 neue Vokabeln gelernt werden. Julia beschließt, sich das Lernen der Vokabel gleichmäßig auf die verbleibenden Tage bis zur Schularbeit aufzuteilen. Bis zur Schularbeit sind es noch 14 Tage, Julia will das Vokabellernen aber 2 Tage vor der Schularbeit abgeschlossen haben.

a. Argumentiere, unter welchen Voraussetzungen die Anzahl an Vokabeln, die Julia gelernt hat, linear wächst.

b. Argumentiere, ob das lineare Wachstumsmodell in diesem Kontext angemessen ist.

C **5** Ergänze jede Aussage so, dass sie richtig ist.

Ein Wachstum, das zu Beginn linear verläuft, sich vor Erreichen einer Kapazitätsgrenze aber langsam einbremst, nennt man…	
Ein Wachstum, das zu Beginn exponentiell verläuft, sich vor Erreichen einer Kapazitätsgrenze aber langsam einbremst, nennt man…	

A	logistisches Wachstum.
B	beschränktes Wachstum.
C	logarithmisches Wachstum.
D	existentielles Wachstum.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2016 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die verschiedenen Modelle strukturell vergleichen und die Angemessenheit bewerten.

1 **a.** Es liegt lineares Wachstum vor, da der angesparte Betrag jeden Tag um den gleichen Fixbetrag von 3€ wächst. Die absolute Zunahme des angesparten Betrags bleibt also konstant. Der nach t Tagen angesparte Betrag B(t) kann mit der linearen Funktion $B(t) = 10 + 3t$ beschrieben werden.

b. Der Betrag L(t), den Lukas am Tag t in die Spardose legen muss, wächst exponentiell, da der Betrag des Vortags jeweils verdoppelt wird. Die relative Zunahme des einzuzahlenden Betrags bleibt daher konstant. Die Funktion L hat die Zuordnungsvorschrift $L(t) = 0{,}01 \cdot 2^t$.

c. Das Modell von Bernhard ist realistischer. Lukas müsste zwar zu Beginn nur sehr kleine Geldbeträge in seine Spardose legen (2ct, 4ct, 8ct, 16ct). Die zu sparenden Beträge steigen dann aber sehr schnell an: z.B. am 15. Tag müsste Lukas bereits 327,68€ in die Dose legen und am 28. Tag mehr als 2,6 Millionen Euro.
Bernhard hätte am 28. Tag insgesamt 94€ angespart [B(28) = 94].

2 **a.** Die Anzahl der Kundinnen und Kunden des Unternehmens wächst exponentiell, wenn man davon ausgeht, dass die Wachstumsrate von 7% unverändert bleibt und es keine Kapazitätsbeschränkung gibt.

b. Die Anzahl der Kundinnen und Kunden kann auf lange Sicht nicht exponentiell wachsen, da in der Realität Kapazitätsgrenzen vorliegen, da der Markt irgendwann gesättigt ist. Wenn man zu Beginn exponentielles Wachstum annimmt, eignet sich für die langfristige Beschreibung der Anzahl der Kundinnen und Kunden ein logistisches Wachstumsmodell, da dieses die Kapazitätsbeschränkung berücksichtigt.

3 B Beschränktes Wachstum verläuft zu Beginn annähernd linear.

4 **a.** Die Anzahl an Vokabeln, die Julia gelernt hat, wächst linear, wenn sie jeden Tag gleich viele neue Vokabel lernt. Wenn sie 2 Tage vor der Schularbeit alle Vokabeln können möchte, hat sie 12 Tage Zeit diese zu lernen. Das heißt, sie müsste 5 neue Vokabeln pro Tag lernen. Außerdem muss man voraussetzen, dass Julia alle bereits gelernten Vokabeln tatsächlich noch weiß.

b. Das lineare Wachstumsmodell ist in diesem Kontext angemessen, da das Lernen von 5 Vokabeln pro Tag eine realistische Annahme ist und der Zeitraum, über den das Wachstum betrachtet wird, begrenzt ist. Obwohl es hier eine Obergrenze (insgesamt 60 zu lernende Vokablen) gibt, ist ein beschränktes Wachstumsmodell hier nicht angebracht, da Julia in diesem Fall nie alle 60 Vokabeln lernen würde (beim beschränkten Wachstum wird die Kapazitätsgrenze nie erreicht!).

5

Ein Wachstum, das zu Beginn linear verläuft, sich vor Erreichen einer Kapazitätsgrenze aber langsam einbremst, nennt man…	B
Ein Wachstum, das zu Beginn exponentiell verläuft, sich vor Erreichen einer Kapazitätsgrenze aber langsam einbremst, nennt man…	A

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2016 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner