## Ich kann die Ableitungsfunktion in der Kosten- und Preistheorie anwenden, die Ergebnisse interpretieren, die Lösungswege erklären und dokumentieren.

B, C

**1** Ein Betrieb hat eine Kostenfunktion K mit $K(x) = 0{,}005x^3 - 0{,}6x^2 + 40x + 1000$.

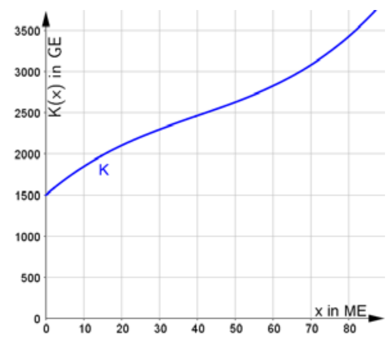
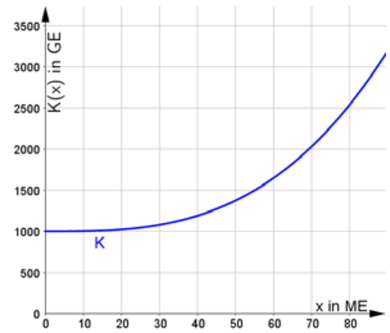
**a.** Bestimme die Ableitung der Kostenfunktion und interpretiere den Wert $K'(60)$ im Sachzusammenhang.

**b.** Berechne die Extremstelle von K' und interpretiere das Ergebnis im Sachzusammenhang.

**c.** Berechne **I.** das Betriebsminimum, **II.** das Betriebsoptimum und dokumentiere deine Vorgehensweise.

C

**2** Ordne jeder Kostenfunktion die passende Aussage zu ihrer Grenzfunktion zu.

| | |
|---|---|
|  | |
|  | |



| | |
|---|---|
| **A** | Grenzkostenfunktion hat eine Wendestelle. |
| **B** | Grenzkostenfunktion ist streng monoton wachsend. |
| **C** | Grenzkostenfunktion ist streng monoton fallend. |
| **D** | Grenzkostenfunktion besitzt einen Tiefpunkt. |

C

**3** Vervollständige die Sätze, sodass eine mathematisch richtige Aussage entsteht. Wähle dazu die richtigen Satzteile aus.

Bei einem …. **I.** …. Kostenverlauf ist die Kostenfunktion linksgekrümmt. Die Grenzkosten …. **II.** …. , je mehr insgesamt produziert wird.

| **I.** |
|---|
| **a.** progressiven |
| **b.** degressiven |
| **c.** ertragsgesetzlichen |

| **II.** |
|---|
| **a.** nehmen zu |
| **b.** bleiben konstant |
| **c.** nehmen ab |

B, C

**4** Die Gewinnfunktion eines Betriebs ist $G(x) = -\frac{x^3}{30} + 0{,}75x^2 + 760x - 5000$.

**a.** Erkläre mithilfe der Differentialrechnung, wie man die gewinnmaximale Menge ermittelt. Dokumentiere deinen Lösungsweg.

**b.** Berechne die gewinnmaximale Menge und den größten Gewinn.

C

**5** Ein Betrieb in atomistischer Konkurrenz hat für eine produzierte Menge x die Erlösfunktion $E(x) = p \cdot x$, die Kostenfunktion K(x) und die Gewinnfunktion G mit $G(x) = E(x) - K(x)$. Bei der gewinnmaximalen Menge $x_G$ gilt $K'(x) = p$. Erkläre mithilfe der Ableitung der Gewinnfunktion, wie man auf dieses Ergebnis kommt.

## Lösungen zu:
## Ich kann die Ableitungsfunktion in der Kosten- und Preistheorie anwenden, die Ergebnisse interpretieren, die Lösungswege erklären und dokumentieren.

**1** a. Ableitung der Kostenfunktion: $K'(x) = 0{,}015x^2 - 1{,}2x + 40$;
Der Wert $K'(60)$ gibt die Grenzkosten bei einer Produktion von 60 ME an. Die Grenzkosten K'(x) beschreiben den ungefähren Kostenzuwachs für eine zusätzlich produzierte Mengeneinheit. Das heißt, bei der Produktionssteigerung von 60 auf 61 ME entsteht ein ungefährer Kostenzuwachs von K'(60) GE/ME.

b. Extremstelle von K'(x): x = 40; [Löse K''(x) = 0.] An der Extremstelle von K'(x) liegt der Wendepunkt der Kostenfunktion. Das heißt, bei 40 ME hat die Funktion K die Kostenkehre. Hier liegt der Übergang von degressiven zu progressiven Kosten.

c. I. Das Betriebsminimum ist die Minimumstelle der durchschnittlichen variablen Kosten

$$\overline{K}_V(x) = \frac{K_V(x)}{x} = \frac{0{,}005x^3 - 0{,}6x^2 + 40x}{x} = 0{,}005x^2 - 0{,}6x + 40$$

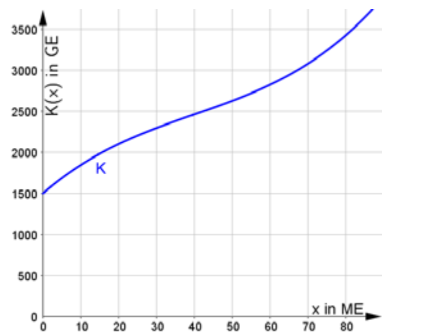
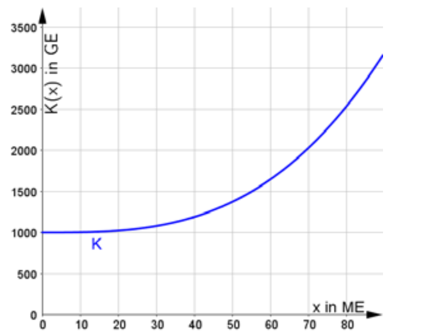
. Die Minimalstelle dieser Funktion erhält man, indem man die Gleichung $\overline{K}_V'(x) = 0$ löst. Da $\overline{K}_V'(x) = 0{,}01x - 0{,}6$, erhält man für das Betriebsminimum x = 60 ME.

II. Das Betriebsoptimum ist die Minimumstelle der durchschnittlichen Kosten

$$\overline{K}(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}005x^3 - 0{,}6x^2 + 40x + 100}{x} = 0{,}005x^2 - 0{,}6x + 40 + 1000x^{-1}$$

. Die Minimalstelle dieser Funktion erhält man, indem man die Gleichung $\overline{K}'(x) = 0$ löst. Da $\overline{K}'(x) = 0{,}01x - 0{,}6 - 1000x^{-2}$, erhält man für das Betriebsminimum $x \approx 77$ ME.

**2**

| | |
|---|---|
|  | D |
|  | B |

**3** Bei einem I. a. degressiven Kostenverlauf ist die Kostenfunktion linksgekrümmt. Die Grenzkosten II. c. nehmen ab , je mehr insgesamt produziert wird.

B, C

**4** Die Gewinnfunktion eines Betriebs ist $G(x) = -\frac{x^3}{30} + 0{,}75x^2 + 760x - 5000$.

a. Die gewinnmaximale Menge ist jene Stelle x, an der die Gewinnfunktion ein Maximum annimmt. An dieser Stelle ist die Ableitung der Gewinnfunktion gleich Null. Daher erhält man die gewinnmaximale

# Lösungen zu:
# Ich kann die Ableitungsfunktion in der Kosten- und Preistheorie anwenden, die Ergebnisse interpretieren, die Lösungswege erklären und dokumentieren.

Menge, indem man die Gleichung $G'(x) = 0$ löst. (Hat die Gleichung zwei Lösungen, so ist die gewinnmaximale Menge die positive Lösung der Gleichung.)

**b.** gewinnmaximale Menge: $x_G = 95$ ME; maximaler Gewinn: $G(95) = 45389{,}58$ GE.

[$G'(x) = -\frac{x^2}{10} + 1{,}5x + 760$. Lösen von $G'(x) = 0$ ergibt $x_1 = -80$ und $x_2 = 95$. Die gewinnmaximale Menge muss positiv sein, daher gilt $x_G = 95$ ME.]

**5** Die Ableitung der Gewinnfunktion ist $G'(x) = E'(x) - K'(x)$. Bei der gewinnmaximalen Menge gilt $G'(x) = 0$ und daher $E'(x) = K'(x)$. Die Ableitung der Erlösfunktion ist $E'(x) = p$. Da die Ableitungen der Erlösfunktion und der Kostenfunktion bei der gewinnmaximalen Menge übereinstimmen, erhält man $K'(x) = p$.