

Ich kann verschiedene Zentralmaße (arithmetisches Mittel, Median, Modus, geometrisches Mittel) berechnen, interpretieren und ihre Verwendung unter anderem in Bezug auf die verschiedenen Datentypen argumentieren.

- c **1** Nenne und beschreibe mindestens zwei Zentralmaße.
- B, C **2** In einem Sportteam wird das Merkmal Körpergröße (in cm) erhoben:
157, 158, 157, 165, 165, 166, 168, 170, 155, 165, 153
- Erkläre, was man unter dem Modus einer Datenliste versteht. Falls es hier einen Modus der Körpergrößen gibt, gib diesen an.
 - Erkläre, was man unter dem Median einer Datenliste versteht und gib diesen für die vorliegende Datenliste an.
- c **3** Sabine arbeitet an ein bis zwei Nachmittagen in der Woche in einem Kaffeehaus als Kellnerin. Sie dokumentiert ihre Einnahmen inklusive Trinkgeld über einen Zeitraum von sechs Wochen: 68,50€; 75,20€; 70,25€; 15,30€; 67,40€; 69,80€.
- Vervollständige die Aussagen so, dass sie die jeweilige charakteristische Eigenschaft des statistischen Lagemaßes beschreiben.
- | | |
|---------------------------------|--|
| Das arithmetische Mittel ist... | A ein gutes Zentralmaß für die vorliegenden Daten, da die meisten Daten nahe beieinander liegen. |
| | B ein gutes Zentralmaß für die vorliegenden Daten, da er von einzelnen „Ausreißern“ nicht beeinflusst wird. |
| Der Median ist... | C kein gutes Zentralmaß für die vorliegenden Daten, da es einen „Ausreißer“ gibt, der den berechneten Wert stark beeinflusst. |
| | D kein gutes Zentralmaß für die vorliegenden Daten, da die Anzahl der ermittelten Daten gerade ist. |
- Gib arithmetisches Mittel und Median von Sabines Einnahmen an.
- c **4** Folgende Datenliste ist gegeben: 157, 158, 157, 165, 165, 165, 168, 170. Erkläre, ...
- ...was man unter dem Modus der Datenliste versteht.
 - ...was man unter dem Median der Datenliste versteht.
 - ...was man unter dem arithmetischen Mittel der Datenliste versteht.
- B, D **5** Entscheide, welchen der „Mittelwerte“ Median, geometrisches Mittel, oder arithmetisches Mittel du zur Berechnung des durchschnittlichen Wertes verwenden würdest. Begründe deine Entscheidung und berechne den jeweiligen Wert.
- Bei der Beobachtung einer Aktie über mehrere Wochen zeigen sich folgende Kursschwankungen:
+5%, +12%, -9%, -8%, +4%, +6%
 - Die Anzahl der Personen, die eine bestimmte Buslinie benützt, wird über mehrere Tage beobachtet. Dabei zeigen sich folgende Fahrgast-Zahlen:
25, 27, 31, 22, 22, 25, 24, 64, 24
 - Georg bereitet sich auf eine große Prüfung vor. Um einen besseren Überblick zu haben, wie hoch sein Lernaufwand für diese Prüfung ist, dokumentiert er über mehrere Tage hinweg, wie viele Stunden er pro Tag lernt:
3 | 4 | 3,5 | 4,5 | 4 | 5 | 4,5 | 3,5 | 4 | 5 | 5,5 | 5 | 4,5 | 4
- A, B, C **6** Aus 16 Messwerten wurde der arithmetische Mittelwert $\bar{x} = 28,6$ ermittelt. Der Median der Messdaten liegt bei 26,4, die Standardabweichung beträgt 1,2. Es wird ein 17. Messwert erhoben. Dieser ist 30,1. Der Labor-Assistent meint: „Der neue Mittelwert ist leicht zu ermitteln. Man rechnet einfach $\frac{28,6+30,1}{2}$!“ Hat der Labor-Assistent mit seiner Aussage recht? Begründe deine Antwort und beschreibe gegebenenfalls, wie du den korrekten Mittelwert berechnest.

Ich kann verschiedene Zentralmaße (arithmetisches Mittel, Median, Modus, geometrisches Mittel) berechnen, interpretieren und ihre Verwendung unter anderem in Bezug auf die verschiedenen Datentypen argumentieren.

- B **7** Ein Leichtathletikverein veranstaltet einen Sprungwettbewerb. Dabei werden die Weitsprungweiten der Teilnehmer und Teilnehmerinnen in Metern aufgezeichnet:

3,80 | 4,20 | 4,10 | 3,90 | 4,40 | 4,40 | 4,20 | 3,80 | 4,30 | 4,10 | 4,60 | 3,60 | 4,20

Ermittle **a.** den Modus, **b.** das arithmetische Mittel und **c.** den Median der Sprungweiten.

- B, D **8** Bei einer Umfrage wird erhoben, welchen Betrag die befragten Personen in etwa pro Woche für Coffee-to-go ausgeben. Folgende Beträge in Euro wurden dabei ermittelt:

3,80 | 4,50 | 10 | 5,50 | 5 | 4 | 3,90 | 4,80 | 12 | 0 | 8 | 4 | 4,50 | 9 | 5,50

- a.** Ermittle Median und arithmetisches Mittel der Beträge.
b. Argumentiere, welcher der beiden Mittelwerte für die vorliegenden Daten besser geeignet ist, um einen durchschnittlichen Wert anzugeben.

- B **9** Auf der Website der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik (www.zamg.ac.at) kann man die Wetterdaten des Jahres 2015 abfragen. Es werden unter anderem folgende Niederschlagswerte angegeben:

Ort	Niederschlagshöhe in mm	maximaler Tagesniederschlag in mm
Bregenz	1513	48
Feldkirch	1122	37
Lienz	707	39
Reutte	1129	60
Bad Ischl	1385	57
Krems	441	31
Mondsee	1425	58
Villacher Alpe	1119	74

Quelle: <https://www.zamg.ac.at/cms/de/klima/klima-aktuell/jahresrueckblick>]

- a.** Berechne das arithmetische Mittel für **(1)** die Niederschlagshöhe, **(2)** den maximalen Tagesniederschlag.
b. Ermittle den Median für **(1)** die Niederschlagshöhe, **(2)** den maximalen Tagesniederschlag.

- B, C **10** Ein Liste von Daten ist gegeben: 12, 14, 9, 8, 17, 21, 13, 15, 12, 11, 5.

Zur Datenliste wird noch der Wert 14 hinzugefügt. Wie verändert sich der Median? Gib den neuen Median an und dokumentiere deinen Lösungsweg.

- B, C **11** Eine geordnete Liste enthält 25 Datenwerte. Der Mittelwert dieser Daten ist 14,6, der Median ist 15. Zur Liste werden die beiden Werte 14 und 16 hinzugefügt.

- a.** Bestimme den Median der veränderten Datenliste. Dokumentiere deine Überlegungen.
b. Bestimme den Mittelwert der veränderten Datenliste. Dokumentiere deinen Lösungsweg.

Lösungen zu:

Ich kann verschiedene Zentralmaße (arithmetisches Mittel, Median, Modus, geometrisches Mittel) berechnen, interpretieren und ihre Verwendung unter anderem in Bezug auf die verschiedenen Datentypen argumentieren.

- 1 z.B. Median, arithmetisches Mittel, Modus
vergleiche Mathematik anwenden IV, Abschnitte 5.1, 5.2
- 2 a. Modus = häufigster Wert; Modus der Körpergrößen: 165cm
b. Der Median ist der Wert „in der Mitte“ einer geordneten Datenliste. Median der Körpergrößen: 165cm.
- 3 a.

Das arithmetische Mittel ist...	C
Der Median ist...	B

- b. arithmetisches Mittel: 61,08 € (61,075); Median: 69,15€
- 4 a. Der Modus ist der häufigste Wert der Datenliste. In diesem Beispiel ist der Modus 165.
b. Der Median ist der „Wert in der Mitte“ einer geordneten Datenliste. Bei ungerader Datenanzahl ist der Median der mittlere Wert, bei gerader Anzahl ist der Median der Mittelwert der beiden mittleren Werte. In diesem Beispiel ist der Median 165.
c. Das arithmetische Mittel ist der durchschnittliche Datenwert, den man erhält, wenn man die Summe aller Werte durch die Datenanzahl dividiert. In diesem Beispiel ist das arithmetische Mittel 163,125.
- 5 a. geometrisches Mittel, da der durchschnittliche (prozentuale) Wachstumsfaktor ermittelt werden soll.
geometrisches Mittel = $6\sqrt{1,05 \cdot 1,12 \cdot 0,91 \cdot 0,92 \cdot 1,04 \cdot 1,06} = 1,0137 \dots$
Der Wert der Aktie ist demnach um durchschnittlich rund 1,4% gestiegen.
b. Median, da ein einzelner Ausreißer (64) dabei ist.
Median: 25
c. Arithmetisches Mittel oder Median sind möglich, da es sich um Stunden handelt und keine Ausreißer dabei sind.
arithmetisches Mittel: $\bar{x} \approx 4,29$ h; Median: 4,25h
- 6 Der Labor-Assistent hat unrecht. Mit seiner Berechnungsidee erhält er lediglich das arithmetische Mittel der beiden Werte 28,6 und 30,1. Der Wert 28,6 ist aber der Mittelwert von 16 Messdaten, wurde also berechnet durch

$$28,6 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{15} + x_{16}}{16}$$

Der neue Mittelwert wird berechnet als

$$\bar{x}_{\text{neu}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{15} + x_{16} + 30,1}{17}$$

Umformen der 1. Gleichung liefert $28,6 \cdot 16 = x_1 + x_2 + \dots + x_{15} + x_{16}$. Das können wir in die 2. Gleichung einsetzen und erhalten den neuen Mittelwert

$$\bar{x}_{\text{neu}} = \frac{28,6 \cdot 16 + 30,1}{17} = 28,688 \dots \approx 28,7$$

- 7 a. Modus: 4,20m
b. arithmetisches Mittel: $\bar{x} \approx 4,12$ m
c. Median: 4,20m
- 8 a. Median: 4,50€; arithmetisches Mittel: $\bar{x} \approx 5,29$ €
b. Der Median ist hier besser geeignet, da es Ausreißer gibt (z.B. 0€, 12€).
- 9 a. (1) arithmetisches Mittel: $\bar{x} \approx 1105,13$ mm; (2) arithmetisches Mittel: $\bar{x} = 50,5$ mm;

Lösungen zu:

Ich kann verschiedene Zentralmaße (arithmetisches Mittel, Median, Modus, geometrisches Mittel) berechnen, interpretieren und ihre Verwendung unter anderem in Bezug auf die verschiedenen Datentypen argumentieren.

b. (1) Median: 1125,5mm; (2) Median: 52,5mm;

- 10 b. Da der neue Wert größer ist als der alte Median, „rutscht der Median nach rechts“ und wird dadurch größer: 5, 8, 9, 11, 12, 12, 13, 14, **14**, 15, 17, 21 [**neuer Wert**, alter Median].

Die Datenanzahl der neuen Liste ist nun gerade, daher ist der neue Median der Mittelwert aus den beiden mittleren Werten, liegt also zwischen 12 und 13: 5, 8, 9, 11, 12, 12, [neuer Median], 13, 14, **14**, 15, 17, 21. Der neue Median beträgt $\frac{12+13}{2} = 12,5$.

- 11 Eine geordnete Liste enthält 25 Datenwerte. Der Mittelwert dieser Daten ist 14,6, der Median ist 15. Zur Liste werden die beiden Werte 14 und 16 hinzugefügt.

- a. Der Median bleibt unverändert, da jeweils ein Wert oberhalb und ein Wert unterhalb des Medians in die geordnete Liste eingefügt werden und der Mittelwert der beiden neuen Daten ebenfalls 15 beträgt.

- b. Der ursprüngliche Mittelwert war $14,6 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{24} + x_{25}}{25}$, der neue Mittelwert ist

$$\bar{x}_{\text{neu}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{24} + x_{25} + 14 + 16}{27}. \text{ Umformen der 1. Gleichung ergibt}$$

$x_1 + x_2 + \dots + x_{24} + x_{25} = 14,6 \cdot 25$. Setzt man diesen Ausdruck in die 2. Gleichung ein, erhält man für den neuen Mittelwert

$$\bar{x}_{\text{neu}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{24} + x_{25} + 14 + 16}{27} = \frac{14,6 \cdot 25 + 14 + 16}{27} = 14,629 \dots \approx 14,63.$$