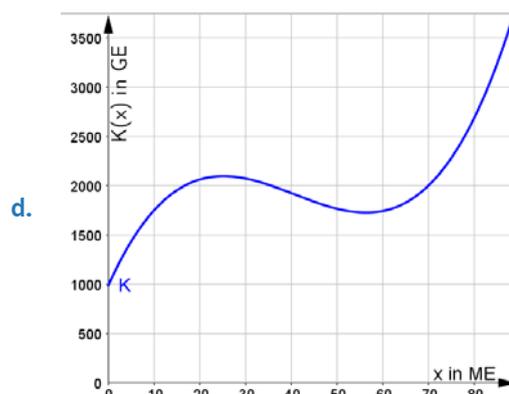
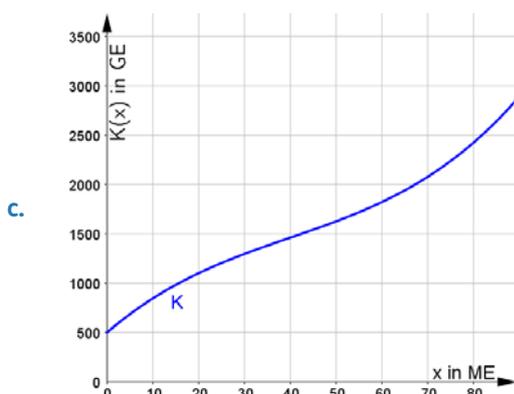
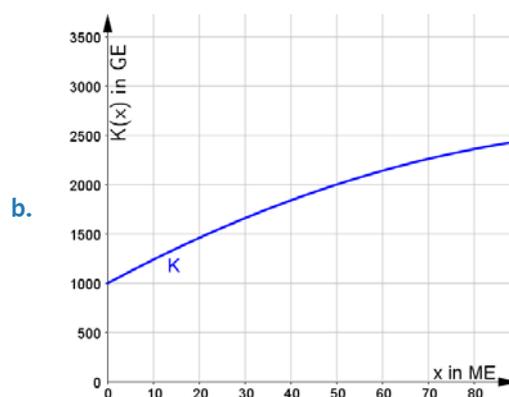
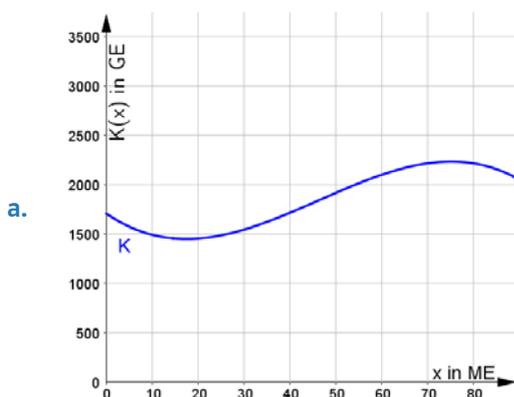


Ich kann den Begriff und die Eigenschaften der ertragsgesetzlichen Kostenfunktion beschreiben und diese als Polynomfunktion 3. Grades berechnen.

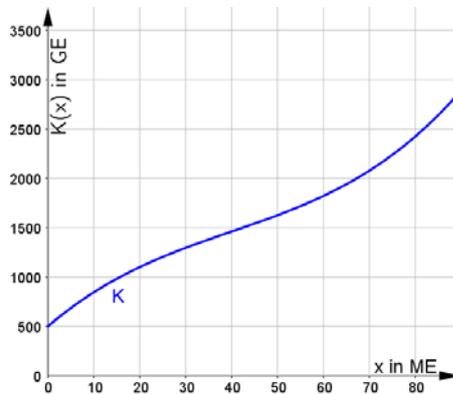
- C **1** a. Skizziere den Graph einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.
b. Beschreibe Monotonie und Krümmungsverhalten einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.
- A, C **2** Ein Betrieb hat die Kostenfunktion K mit $K(x) = 0,07x^3 - 2,5x^2 + 50x + 1000$. Die maximale Produktionsleistung liegt bei 40 ME.
a. Zeichne den Graphen der Kostenfunktion.
b. Überprüfe durch Rechnung, ob es sich bei K um eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion handeln kann.
- A, B, C **3** Das Betriebsoptimum eines Betriebs liegt bei 82,2 ME. Hier betragen die Gesamtkosten 3511 GE. Die Fixkosten betragen 1500 GE. Bei einer Produktionsmenge von 20 ME betragen die durchschnittlichen Kosten 105 GE.
a. Ermittle die entsprechende ertragsgesetzliche Kostenfunktion.
b. Berechne die Wendestelle der Kostenfunktion.
c. Beschreibe die Bedeutung der Wendestelle im Sachzusammenhang.
- A, B **4** Die Fixkosten eines Betriebs betragen 500 GE. Der Übergang von degressiven zu progressiven Kosten liegt bei 40 ME. Die Gesamtkosten betragen an dieser Stelle 1460 GE, die Grenzkosten 16 GE/ME. Ermittle die entsprechende ertragsgesetzliche Kostenfunktion.
- C **5** Gib an, welcher Graph eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion darstellt. Gib bei den anderen Graphen an, welche Eigenschaften einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion nicht erfüllt werden.



Lösungen zu:

Ich kann den Begriff und die Eigenschaften der ertragsgesetzlichen Kostenfunktion beschreiben und diese als Polynomfunktion 3. Grades berechnen.

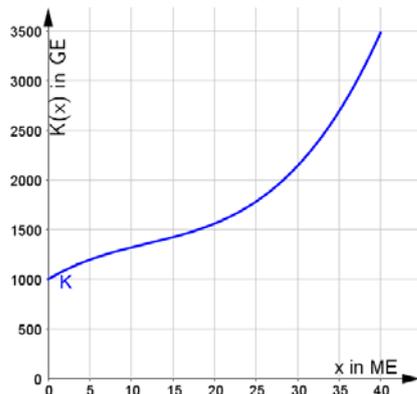
1 a.



b. **Monotonie:** Eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion ist auf ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton wachsend.

Krümmung: Eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion besitzt genau eine positive Wendestelle. Vor dieser Wendestelle ist die Funktion rechtsgekrümmt (= degressiver Kostenverlauf) und nach der Wendestelle ist die Funktion linksgekrümmt (= progressiver Kostenverlauf).

2 a.



b. Überprüfen der 4 Eigenschaften:

1. K ist (mindestens) zwei Mal differenzierbar, da K eine Polynomfunktion ist. Die 1. und 2. Ableitung lauten:

$$K'(x) = 0,21x^2 - 5x + 50$$

$$K''(x) = 0,42x - 5$$

K hat keine lokalen Extremstellen, da die Gleichung $K'(x) = 0$ keine reellen Lösungen hat.

2. K ist auf ganz \mathbb{R} streng monoton wachsend: da $K'(x) = 0$ keine Nullstellen hat und $K'(0) = 50 > 0$, sind alle Funktionswerte von K' positiv.

3. $K(0) \geq 0$: Die Fixkosten $K(0) = 1000$ sind positiv.

4. K hat genau eine positive Wendestelle: Die Lösung der Gleichung $K''(x) = 0,42x - 5 = 0$ ist $x \approx 11,9$. Daher ist 11,9 die Wendestelle von K.

K ist vor der Wendestelle rechtsgekrümmt und nach der Wendestelle linksgekrümmt: Die lineare Funktion K'' hat positive Steigung, daher hat sie vor ihrer Nullstelle negative und nach dieser positive Funktionswerte. Die Funktion K ist daher vor der Wendestelle rechtsgekrümmt und nach der Wendestelle linksgekrümmt.

Die Funktion K erfüllt damit alle Eigenschaften, die eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion erfüllen muss. Daher kann K eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein.

Lösungen zu:

Ich kann den Begriff und die Eigenschaften der ertragsgesetzlichen Kostenfunktion beschreiben und diese als Polynomfunktion 3. Grades berechnen.

3 a. $K(x) = 0,005x^3 - 0,6x^2 + 40x + 1500$

[Aus der Angabe erhalten wir: 1) $\bar{K}'(82,2) = 0$, 2) $K(82,2) = 3511$, 3) $K(0) = 1500$, 4) $\bar{K}(20) = 105$ und damit das Gleichungssystem

$$1) 2 \cdot 82,2a + b - \frac{d}{82,2^2} = 0$$

$$2) 82,2^2 a + 82,2b + c + \frac{d}{82,2} = 3511$$

$$3) d = 1500$$

$$4) 20^2 a + 20b + c + \frac{d}{20} = 105.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ist $a = 0,005$, $b = -0,599 \dots \approx 0,6$, $c = 39,99 \dots \approx 40$, $d = 1500$.]

b. Die Wendestelle von K liegt bei $x = 40$. [Löse $K''(x) = 0,03x - 1,2 = 0$.]

c. Die Wendestelle von K gibt die Kostenkehre an. Das heißt, dass an dieser Stelle der Kostenverlauf von degressiv zu progressiv übergeht.

4 $K(x) = 0,005x^3 - 0,6x^2 + 40x + 500$

[Aus der Angabe erhalten wir: 1) $K(0) = 500$, 2) $K''(40) = 0$, 3) $K(40) = 1460$, 4) $K'(40) = 16$ und damit das Gleichungssystem

$$1) d = 500$$

$$2) 6 \cdot 40a + 2b = 0$$

$$3) 40^3 a + 40^2 b + 40c + d = 1460$$

$$4) 3 \cdot 40^2 a + 2 \cdot 40b + c = 16.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ist $a = 0,005$, $b = 0,6$, $c = 40$, $d = 500$.]

5 ertragsgesetzliche Kostenfunktion: c.

Nicht erfüllte Eigenschaften:

a. Monotonie: K ist nicht überall streng monoton wachsend und besitzt außerdem zwei lokale Extremstellen.

Krümmung: Die dargestellte Funktion ist vor der Wendestelle linksgekrümmt und nach dem Wendepunkt rechtsgekrümmt. Graph darstellt.

b. Krümmung: Die dargestellte Funktion ist überall rechtsgekrümmt und hat daher keine Wendestelle.

d. Monotonie: K ist nicht überall streng monoton wachsend und besitzt außerdem zwei lokale Extremstellen.